

Lineare Algebra I

Übungsblatt 1

WINTERSEMESTER 2016/2017

MICHAEL STOLL

20. Oktober 2016

Abgabe: **Donnerstag, 27. Oktober**, bis 10:00 Uhr im Briefkasten (NW II, 2. Stockwerk rechts).

Übungsaufgaben bitte **handschriftlich** bearbeiten; nur ein Name pro Blatt! —
Schnellhefter und **Deckblatt** nicht vergessen!

(1) Welche der folgenden Aussagen sind Tautologien (mit Begründung!)?

(a) $((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow \neg B)) \Rightarrow \neg A$

(b) $(A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow C) \vee (C \Leftrightarrow A)$

(c) $((A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)) \Rightarrow A$

(10+10+10)

(2) Beweisen Sie folgende Aussagen über Mengen (in der Art des Beweises von Satz 2.5):

(a) $M \cap N = M \cup N \Leftrightarrow M = N$

(b) $(X \cup Y) \cap Z = (X \cap Z) \cup (Y \cap Z)$

(c) $A \subset B \Rightarrow \mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$

(15+15+15)

(3) Beweisen Sie Aussage (b) von Aufgabe (2), indem Sie eine gleichwertige Aussage formulieren, die aus den Teilaussagen „ $a \in X$ “, „ $a \in Y$ “, „ $a \in Z$ “ zusammengesetzt ist, und dann nachweisen, dass diese eine Tautologie ist. (15)

(4) Finden Sie den Fehler im folgenden „Beweis“:

Wir zeigen, dass alle ganzen Zahlen a gleich null sind. Sei dazu $b = a$. Dann haben wir die Schlusskette

$$a = b \implies a^2 = ab \implies a^2 - b^2 = ab - b^2$$

$$\implies (a - b)(a + b) = (a - b)b \implies a + b = b \implies a = 0. \quad (10)$$

(5) Lesen Sie den deutschen und den englischen (und falls möglich, auch in weiteren Sprachen) Wikipedia-Artikel zum Stichwort „Mathematik“/„Mathematics“! (0)

(bitte wenden)

(6) BONUS PROBLEM.

(Ausnahmsweise noch nicht auf englisch.) Finden Sie den Fehler im folgenden „Beweis“ dafür, dass alle Dreiecke gleichseitig sind:

Sei ABC ein Dreieck. Aus Symmetriegründen genügt es zu zeigen, dass die Seiten AB und AC gleich lang sind. Sei dazu D der Mittelpunkt von BC und E der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von BC mit der Winkelhalbierenden in A . Dann sind die Dreiecke BDE und CDE als rechtwinklige Dreiecke mit gleichen Katheten kongruent, also sind BE und CE gleich lang. Dann sind aber auch die Dreiecke AEB und AEC kongruent (gleicher Winkel bei A , gemeinsame Seite AE , gleiche Seiten EB und EC), also sind auch die Seiten AB und AC gleich lang. (15 extra points)

