

Angewandte Mathematik (Lehramt)

Übungsblatt 6

WINTERSEMESTER 2015/16

MICHAEL STOLL

20. November 2015

Abgabe:

Donnerstag, 26. November, bis 16:00 Uhr im Briefkasten (NW II, 2. Stockwerk rechts).

Übungsaufgaben bitte **handschriftlich** bearbeiten; nur ein Name pro Blatt! —

Schnellhefter und **Deckblatt** nicht vergessen!

- (1) Gesucht sind $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x = \cos y$ und $y = \sin x$.
- (a) Zeigen Sie, dass es genau ein Paar $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit dieser Eigenschaft gibt.
(Eine Skizze könnte hilfreich sein.)
- (b) Führen Sie das zweidimensionale Newton-Verfahren für

$$F\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x - \cos y \\ y - \sin x \end{pmatrix}$$

und dem Startwert $(1, 1)^\top$ durch. Wie viele Iterationsschritte sind nötig, bis das Resultat auf 15 Nachkommastellen korrekt ist?

- (c) Berechnen Sie nun x als Nullstelle von $x - \cos(\sin x)$ mit dem eindimensionalen Newton-Verfahren und dem Startwert 1. Wie viele Iterationsschritte sind nötig, bis das Resultat auf 15 Nachkommastellen korrekt ist? (10+15+15)
- (2) Lösen Sie die folgenden zweidimensionalen Optimierungsprobleme grafisch. Welche sind unzulässig, für welche ist die Zielfunktion unbeschränkt?
Die Nichtnegativitätsbedingungen $x_1, x_2 \geq 0$ sind jeweils nicht extra angegeben.
- (a) Maximiere $x_1 - 2x_2$
unter den Nebenbedingungen $x_1 - x_2 \leq 1, -2x_1 + x_2 \leq 1$.
- (b) Maximiere $x_1 + 2x_2$
unter den Nebenbedingungen $x_1 - x_2 \leq 1, -x_1 + 2x_2 \leq 4$.
- (c) Maximiere $-x_1 + x_2$
unter den Nebenbedingungen $x_1 - x_2 \leq 1, -x_1 + 2x_2 \leq 1, -x_1 - x_2 \leq 6$.
- (d) Maximiere $-x_1 + x_2$
unter den Nebenbedingungen
 $x_1 - x_2 \leq 3, -x_1 + 2x_2 \leq 2, x_1 + 2x_2 \leq 6, -2x_1 - x_2 \leq -2$. (15+15+15+15)