M. Krämer Wintersemester 2004/05

Mathematische Grundlagen für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 12

Aufgabe 1

Untersuchen Sie graphisch auf Lösbarkeit:

$a)$
$$\begin{array}{rcrcr} & & \text{max } x_1 + 2x_2 & & \\ x_1 & + & 5x_2 & \le & 50 \\ 2x_1 & + & 5x_2 & \le & 60 \\ x_1 & + & x_2 & \le & 20 \\ x_1 & & & \le & 10 \\ & & x_1, x_2 & \ge & 0 \end{array}$$

$b)$
$$\begin{array}{rcrcr} & & \text{max } 2x_1 - x_2 & & \\ x_1 & + & 2x_2 & \ge & 2 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & \le & -2 \\ & & x_1, x_2 & \ge & 0 \end{array}$$

$c)$
$$\begin{array}{rcrcr} & & \text{min } 4x_1 - 5x_2 & & \\ x_1 & + & 4x_2 & \ge & 8 \\ 3x_1 & + & 4x_2 & \le & 12 \\ x_1 & - & x_2 & \ge & 2 \\ & & x_1, x_2 & \ge & 0 \end{array}$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie mit Hilfe des Simplex-Algorithmus das Maximum der Zielfunktion

$$Z(x) = x_1 + x_2$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\begin{array}{rcrcr} -x_1 & + & 7x_2 & \le & 70 \\ 11x_1 & - & 18x_2 & \le & 44 \\ x_1 & + & 3x_2 & \le & 40 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & \le & 50 \\ & & x_1, x_2 & \ge & 0 \end{array}$$

Vergleichen Sie den Algorithmus mit der graphischen Lösung (vgl. auch Übungsaufgabe 11.3).

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion:

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x,y) = x^4 - 4x^2y^2 + y^4 \,.$$

Betrachten Sie die davon hergeleiteten Funktionen $f_{y=0}$ und $f_{x=0}$, die jeweils die Einschränkung von f auf die x-Achse bzw. die y-Achse darstellen:

$$\begin{aligned} f_{y=0} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, &\quad f_{y=0}(x) = f(x,0) = x^4 \\ f_{x=0} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, &\quad f_{x=0}(y) = f(0,y) = y^4 \,. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass sowohl $f_{y=0}$ als auch $f_{x=0}$ an der Stelle $x = 0$ (bzw. $y = 0$) ein Minimum haben. Können Sie daraus schließen, dass die Funktion f an der Stelle $(x,y) = (0,0)$ auch ein Minimum hat? Überprüfen Sie Ihre Aussage durch Einsetzen verschiedener Punkte.