

Mathematische Grundlagen für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 7

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_1^e x \ln(x^2) dx & \text{c) } \int_0^\pi \sin(x)(\cos(x))^2 dx & \text{e) } \int_1^5 \left(\frac{2}{x^2} + (x^{\frac{1}{5}} + 1)^2 \right) dx \\ \text{b) } \int_{-2}^0 e^x (x^2 + 2x - 1) dx & \text{d) } \int_0^1 \frac{z - 3}{z^2 - 6z + 1} dz & \end{array}$$

Aufgabe 2

(Punkte)

Ein Haushalt habe bzgl. des Konsums eines Gutes x die Grenznutzenfunktion $\ln(x)$. Bestimmen Sie die Nutzenfunktion $U(x)$ des Haushalts für $x \geq 0$.

Aufgabe 3

Sie haben das Patent zur Herstellung von selbstreinigenden Windschutzscheiben für Pkw. Als Monopolist legen Sie die Preise nach den Grenzkosten fest, und zwar wie folgt:

Der Preis f für die x te Windschutzscheibe für Mengen x bis 1000 beträgt $f(x) = 200 - \frac{x}{10}$. Werden mehr als 1000 Einheiten abgenommen, so bestimmt sich f nach der Formel $f(x) = \frac{100000}{x}$. (Die ersten 1000 Einheiten werden aber auf jeden Fall nach den alten Preisen abgerechnet.)

Ermitteln Sie die Gesamtkosten, sowie die Durchschnittskosten pro Windschutzscheibe, für einen Kunden in Abhängigkeit von der insgesamt abgenommenen Menge. Skizzieren Sie die Grenzkosten-, sowie die Durchschnittskostenfunktion.

Aufgabe 4

Sei

$$N(p) = \left(\frac{1}{3}\right)^{(p+1)^2} (p+1)$$

die Nachfragefunktion eines Produkts in Millionen Stück. Skizzieren Sie die Nachfragefunktion und zeichnen Sie den Umsatz des Unternehmens (Monopolist) bei einem Preis $p_0 = 0,60$ EUR ein. Nach einer Ausweitung der Produktion senkt der Unternehmer den Preis auf $p_1 = 0,30$ Cent. Tragen Sie den Gesamtumsatz ein. (Die Nachfrage für p_0 wurde zunächst voll befriedigt.)

Wie sähe der Gesamtumsatz aus, wenn der Unternehmer – bei jeweiliger Abschöpfung der Nachfrage – den Preis in 10 Cent – Schritten von p_0 bis p_1 Cent gesenkt hätte?

Berechnen Sie den Gesamtumsatz bei einer stetigen Preissenkung von p_0 bis p_1 , also das Integral $\int_{p_1}^{p_0} N(p) dp$.