

Mathematische Grundlagen für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 6

Aufgabe 1

Wieso ist folgende Anwendung von der Regel von l'Hôpital falsch?

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} \stackrel{\text{l'Hopital}}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{2x - 4} \stackrel{\text{l'Hopital}}{=} \frac{2}{2} = 1$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-3)}{x^2 - 4x + 4} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x^2} \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (1 - \cos(\frac{1}{x}))$$

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 4 \cdot \ln(x) + \frac{1}{2}x^2 - 4x$$

mit Definitionsbereich $D(f) = [1, 6]$. Bestimmen Sie das Bild von f .

Aufgabe 4

Für eine Werbekampagne kommen 2 000 000 potentielle Käufer in Frage. Der Durchschnittserlös pro Kauf beträgt 5 EUR, und die Kosten für die Werbekampagne belaufen sich pro Tag auf 10 000 EUR. Die Verkaufszahlen während einer Werbekampagne zeigen folgenden typischen Verlauf:

$$1 - e^{-0,4t},$$

d.h. die Verkaufszahlen betragen absolut $2\,000\,000 \cdot (1 - e^{-0,4t})$. Bestimmen Sie die Anzahl t der Tage, an denen die Werbekampagne durchgeführt werden soll, so dass der Gewinn maximal wird. Wie hoch ist der Gewinn dann?

Aufgabe 5

Diskutieren Sie (Definitionsmenge, Nullstellen, Polstellen, Grenzwerte, Monotoniebereiche und Verlauf des Graphen):

$$f(x) = -3x^3 + 2x^2 + 1$$

Aufgabe 6

Bestimmen Sie folgende Stammfunktionen:

$$\text{a) } \int \left(\frac{4}{x} + x - 4\right) dx \quad \text{b) } \int \cos(x) - \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{5}} - e^{-x} dx \quad \text{c) } \int \frac{x^2 + x - 1}{x^2} dx$$

Aufgabe 7

Wie kann man den Zwischenwertsatz aus dem Satz von Rolle herleiten?